

混沌周期解提高测量灵敏度算法及抗干扰分析

何斌, 杨灿军, 陈鹰

(浙江大学流体传动及控制国家重点实验室, 浙江杭州 310027)

摘要: 混沌动力学系统具有初始条件的极端敏感性, 当参数空间发生漂移时, 系统的解空间将出现很大的变化. 以 Feigenbaum 映射为例, 分析了参数引起的分叉行为, 提出利用混沌周期解提高测试系统灵敏度的方案. 调整参数使测试系统工作在周期解的区域, 根据参数敏感激发混沌系统周期数变化, 设计了测量算法改善测量的精度和灵敏度, 对混沌系统的抗干扰性进行了分析.

关键词: 灵敏度; 混沌应用; 测量精度

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 01-0068-03

Study on Enhancing Delicacy Sensors Using Chaotic System

HE Bin, YANG Can-jun, CHEN Ying

(The State Key Laboratory of Fluid Power Control and Transmission, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: The chaotic system will bifurcate when the system parameters change a little. If the measured signal was put to the chaotic system, it would be get the stable state, period states and chaotic states. In the article, controlling the system work at the period states makes the states changes with the signal. A chaotic circuit has been added to the measurement system to improve the delicacy. The measurement delicacy was analyzed. The results of chaotic system immuned with the noises were given.

Key words: high delicacy sensing; chaotic application; measurements accuracy

1 引言

利用 Feigenbaum 映射, 将被测试参数置于混沌系统中, 由于混沌系统对参数的敏感性原理和对干扰信号的抑制作用来进行微弱信号的提取和检测^[1-3]:

$$X_{n+1} = A_1 A_2 X_n (1 - X_n) \quad (1)$$

其中 A_1, A_2 为常数, 这一系统的解取决于参数 A_1, A_2 . 取一初值进行迭代 (比如 0.5), 若干步后, 根据系统参数 $A_1 A_2$ 的值, 系统会出现收敛解, 周期解或进入混沌态.

理论上, 当 $A_1 A_2 = 3.0$ 时, 系统发生分叉. 当 $A_1 A_2 = 3.46$ 处发生第二次的倍周期分岔, 周期二轨道失去稳定性, 同时诞生了一条稳定的 4 周期轨道. 4 周期轨道的稳定范围比 2 周期轨道要窄, 到 $A_1 A_2 = 3.57$ 处产生了分岔. 如此下去, 由周期 2^n 到 2^{n+1} 的分岔过程, 以越来越窄的参量间隔重复.

本文利用非线性映射的周期解, 设计了测试算法, 使测试的参数控制在周期解的参数空间内, 参数空间的细小的变化会导致系统解的长期行为的剧烈变化, 通过测试系统的长期行为可以反过来求参数空间. 这种系统同时具有很强的抗噪声干扰能力.

2 测量模型及算法

我们的检测方法是: 将被测量参数纳入参数敏感的混沌

映射中进行迭代, 首先, 控制测量参数在混沌的周期状态, 当被测量信号有一微小的改变, 引起测量系统的输出周期解的变化, 引起两次周期解变化的前后两个参数之间的距离就是测量的灵敏度.

$$X_{n+1} = A Q X_n (1 - X_n) \quad (2)$$

设被测量参数为 Q , 利用参数敏感的特点, 设计如下的检测模型: X 为迭代向量; 在测试中 A 是一控制系数, 控制整个的模型工作在周期区域; 在实际的测试系统中考虑系统的速度要求和精度要求来选择 A 值. 计算周期数分岔的参数值, 算法如下 (本文称算法 1):

设定初始计算精度 (如 $1e-5$), 取初始迭代值 $X_1 = 0.5$;

设定 A, Q 精度及取值范围, 在 $(0, 1)$ (对应相应的 Q 值范围) 空间每隔 $1e-5$ (据精度要求取值) 取点代入 (2) 进行迭代;

计周期数: $n = 100$ 步后 (步数的选择根据系统的测试精度要求), 开始计数 X_n 的不同取值 (计算精度范围内), 即是周期数;

设定终止步数: 如果 $(n - 100)$ 大于周期数的二倍 (取二倍的目的是减少计算误差), 则终止, 或 n 大于 400 则终止.

利用上述精度, 计算结果如表 1 所示:

表 1

周期数	AQ	周期数	AQ
2	2.98740	14	3.56408
3	3.44496	15	3.56412
4	3.44572	16	3.56432
5	3.54244	17	3.56860
7	3.54272	27	3.56864
8	3.54300	31	3.56876
9	3.56384	32	3.56896
12	3.56396

上述的结果与理论值有差异,原因在于数值运算的精度和舍弃误差.在实际的利用单片机的测量中,以上的数值运算结果是十分有用的.不同的精度取值,系统会给出不同的结果.因此,在测量中应预先计算好这些周期分叉点.理论值的计算,可以参考文献[2].

计算出引起系统分叉的各点 AQ 值以后,在测量中,动态的调整 A 的值,使系统始终工作在较敏感的周期内.比如我们选择周期 27、31、32 作为测量的敏感周期,此时对应的 AQ 值分别为 $(AQ)_0 = 3.56864$, $(AQ)_1 = 3.56876$ 和 $(AQ)_2 = 3.56896$,测试算法如下(算法 2.):

- (1) 标定:第一次检测得到 Q_0 值(测量基准),参照取算法 5.1 取计算精度.
 - (2) $i = 0$;
 - (3) 计算 $A_i = (AQ)_i / Q_i$; (将参数置于周期区域)
 - (4) 将 A_i, Q_i 代入 Feigenbaum 映射,计算周期值,如果周期值不是 31,提高精度,重新计算(3),否则用 A_i 和实测值 Q 进入混沌迭代;
 - (5) 若系统周期发生变化为 32,计算 $Q_{i+1} = (AQ)_2 / A_i$,若系统的周期变化为 27, $Q_{i+1} = (AQ)_0 / A_i$;
 - (6) $i = i + 1$,转(3);
- 得出的一系列 Q_i 的值就是我们要求的测试结果,在更高精度要求的系统中,是后处理的源数据.

在第四步中,要进行测量信号的变换,如果测试信号为零,需要将测试信号叠加一偏移量. Q 为系统的测试信号,测试信号中包含了噪声信号,并假设测试信号为缓变信号,算法才能实现对测试信号的跟踪.

3 灵敏度分析

利用混沌周期解进行测量时,前后两次引起周期解发生变化的 Q 值为测量的灵敏度.

$$Q_2 - Q_1 = \frac{(AQ)_2}{A_1} - \frac{(AQ)_1}{A_1} = \frac{(AQ)_2 - (AQ)_1}{A_1} \quad (3)$$

由此可见,测量的灵敏度与引起周期解分叉的参数之间的距离和 A 值的取值(精度)有关.在上例中,

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{(AQ)_2 - (AQ)_1}{A_1 Q_1} = \frac{(AQ)_2 - (AQ)_1}{(AQ)_1} \cdot \frac{0.0002}{3.56876} = 0.0056\% \quad (4)$$

同时,另外一个方向进行测试的灵敏度为:

$$\frac{Q_0 - Q_1}{Q_1} = \frac{(AQ)_0 - (AQ)_1}{A_1 Q_1} = \frac{(AQ)_0 - (AQ)_1}{(AQ)_1} \cdot \frac{0.00012}{3.56876} = 0.0033\% \quad (5)$$

灵敏度和精度相关,测试信号的千分之零零零六的改变,就会影响到混沌测试系统的输出,只要我们的测试算法 2 的参数调整适当,就有可能快速地检测到变化的量.

4 抗干扰分析

如果测试系统对噪声信号没有抑制作用,则系统在测试中毫无意义.混沌系统对测试中的噪声信号有免疫能力,并且对测试信号有选择作用.

下面对测试过程中,噪声对系统的影响进行数值分析.

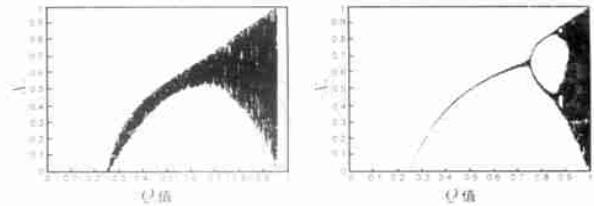


图 1 $M = 0.1$ 时周期数曲线图 图 2 $M = 0.01$ 时周期数曲线图

在测试系统中引入白噪声,设白噪声的最大值为 M ,我们利用 $[-0.5, 0.5]$ 区间内的随机数来模拟白噪声,则引入随机噪声的测量系统如下所示:

$$X_{n+1} = A(Q + M \times \text{RAND}) X_n (1 - X_n) \quad (6)$$

取值如下: $A = 4$, Q 从 0 到 1 取 1000 点, M 取 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001 进行数值计算.主要考虑引入噪声对系统输出周期数的影响和引起周期解变化的参数(与被测量参数有关)的影响.系统分岔图为图 1 - 4,图中看出, M 比较大时,对测试系统影响比较大, M 愈小,对系统的影响愈小.

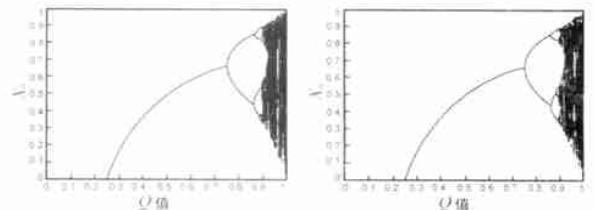


图 3 $M = 0.001$ 时周期数曲线图

图 4 $M = 0.0001$ 时周期数曲线图

以上是数值上直观的分析,白噪声不会影响到测试系统的周期解的变化,却影响周期解的数值,只要求取周期解时设定一定的精度,就能滤去噪声对测试系统的作用.理论分析如下:

对式(6)两边取数学期望:

$$E(X_{n+1}) = E(AQX_n(1 - X_n)) + E(AM \times \text{RAND} \times X_n(1 - X_n)) \quad (7)$$

将白噪声记成随机信号 $M(t)$,将 X_n 记成随机信号 $X(t)$,式(7)中:

$$E(AM \times \text{RAND} \times X_n(1 - X_n)) = A \cdot R_{M, X}(t_1, t_2) \quad (8)$$

其中, $R_{M, X}(t_1, t_2)$ 为 $M(t)$ 和 $X(t)$ 的相关函数.

对式(2)两边取数学期望:

$$R_{M, X}(t_1, t_2) = 0 \quad (9)$$

比较式(7)和式(9),欲使(8)式为零,则:

$$E(X_{n+1}) = E(AQX_n(1 - X_n)) \quad (10)$$

根据随机过程理论,要求两信号互不相关,即 $M(t)$ 和 $X(t)$ 为两不相关信号, $X(t)$ 为周期信号,取决于周期数和硬件计算速度,与算法有关,与被测信号无关.因此,只要 $X(t)$ 和 $M(t)$ 互不相关,测试系统对噪声有免疫能力;同时若:

$$R_{M, X}(t_1, t_2) = 0 \quad (11)$$

噪声信号将可能引起系统周期解的变化.因此,系统对测试信号有选择作用.

5 结论

混沌周期解是一个具有敏感参数的状态空间,若将测试信号置入敏感的参数空间,观察系统的轨迹,系统的轨迹表明这种系统具有微弱信号的放大能力和对噪声信号的抗干扰能力.如果用硬件电路来实验算法,测试系统会具有相当好的实时能力^[1].混沌系统对信号具有选择性和对干扰信号的免疫力,为提高测试精度提供了新的方法.将混沌系统为我们所用,还有很多工作要做,例如:混沌系统的统计力学分析;非线性混沌动力学时间序列分析;如何保证在高速测量中,测试系统能够跟踪输出;参数取值精度对测试系统的影响等等.

参考文献:

- [1] 何振亚主编. 神经智能-认知科学中若干问题研究[M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1997.

- [2] 郝柏林. 从抛物线谈起-混沌动力学引论[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1995.
- [3] 何斌, 杨灿军, 岳继光, 陈鹰. 利用混沌周期解提高电涡流传感器测量的灵敏度[J]. 仪器仪表学报(增刊), 2000, 10: 195.
- [4] Steven R Bishop. Applying chaos control in periodic windows [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1998, 9(8): 1297 - 1305.
- [5] E Ahmed. On controlling chaos in an inflation-unemployment dynamical system [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1999, 10(9): 1567 - 1570.

作者简介:



何斌男, 1975年9月出生于安徽怀宁, 现为浙江大学博士后, 已发表论文十余篇, 主要从事智能信息处理, 机器人控制等方面的研究.



杨灿军男, 1969年12月生于江苏如皋, 1997年获浙江大学博士学位, 现浙江大学机械能源工程学院副教授, 发表论文二十篇, 主要学科专长: 图象处理、智能系统、机械电子控制工程、数据库技术等.